**1. Застосування методів математичного аналізу, аналітичної геометрії, лінійної алгебри в ІТ**

**1.1 Числова послідовність та її границя. Нескінченно малі та великі величини. Порівняння нескінченно малих і великих величин.**

"Числова послідовність" - це просто набір чисел, які слідують одне за одним у певному порядку. Границя послідовності - це число, до якого послідовність збігається при нескінченності її членів.

Нескінченно малі величини - це числа, які стають дуже малими, коли їх аргумент (наприклад, n) зростає до нескінченності.

Нескінченно великі величини, навпаки, зростають до нескінченності при збільшенні їх аргументів.

Порівняння нескінченно малих і великих величин полягає в тому, що нескінченно малі величини можуть стати знехтіжними порівняно з нескінченно великими величинами у певних контекстах, або навпаки. Наприклад, при обчисленні границі послідовності.

**1.2 Похідна та її застосування для дослідження функцій однієї змінної.**

Похідна функції - це швидкість зміни цієї функції в кожній точці її області визначення. Вона дозволяє нам досліджувати поведінку функцій, зокрема визначати їхні екстремуми (максимуми та мінімуми), точки перегину, а також розглядати їхнє зростання та спадання.

Застосування похідної для дослідження функцій однієї змінної включає в себе знаходження критичних точок, аналіз знаку похідної для визначення монотонності функції, а також використання другої похідної для виявлення поведінки функції навколо критичних точок (вибір оптимальних рішень тощо). Ці інструменти допомагають вивчати та розуміти властивості функцій та їхній графік.

**1.3 Обчислення визначених інтегралів (метод прямокутників, метод трапецій).**

Обчислення визначених інтегралів - це методика знаходження площі під кривою функції на певному інтервалі. Два основних методи цього обчислення - метод прямокутників і метод трапецій.

Метод прямокутників полягає в тому, що під кривою функції область розділяється на прямокутники, а потім обчислюється сума площ цих прямокутників. Для цього використовуються значення функції в кількох точках на кожному підрозділі інтервалу.

Метод трапецій використовує трапеції замість прямокутників. Він точніше наближає площу під кривою, оскільки використовує часткові сегменти кривої замість прямих відрізків.

Ці методи дозволяють наближено знаходити значення визначеного інтегралу та застосовуються у чисельних методах обчислення інтегралів, особливо коли аналітичний спосіб знаходження інтегралу неможливий або надто складний.

**1.4 Застосування функцій багатьох змінних. Частинні похідні. Необхідні і достатні умови екстремуму.**

Застосування функцій багатьох змінних в математиці дозволяє моделювати складні системи, де результат залежить від кількох параметрів. Це може бути важливо у фізиці, економіці, інженерії та інших галузях.

Частинні похідні вказують на швидкість зміни функції за кожною з її змінних. Вони дозволяють аналізувати поведінку функції у багатьох напрямках та визначати напрямки найшвидшого зростання чи спадання.

Необхідні умови екстремуму вказують на умови, які повинні бути виконані для того, щоб точка була можливим екстремумом (максимумом або мінімумом) функції. Достатні умови доповнюють необхідні умови і дають критерії, за якими можна визначити, чи є точка справжнім екстремумом. Вони часто використовуються для знаходження критичних точок та аналізу поведінки функцій у максимумах та мінімумах.

**1.5 Методи оптимізацІЇ: Основні поняття та цілі в задачах лінійного та нелінійного програмування.**

**Метод градієнтного спуску: Ідея та алгоритм.**

Методи оптимізації використовуються для пошуку найкращих рішень у задачах, де потрібно максимізувати або мінімізувати певну функцію. У лінійному програмуванні цільова функція та обмеження мають лінійну форму, тоді як у нелінійному програмуванні ці функції можуть бути довільними.

Метод градієнтного спуску є одним з найпоширеніших методів оптимізації. Його ідея полягає в тому, щоб знаходити мінімум (або максимум) функції, рухаючись у напрямку, протилежному градієнту функції. Алгоритм може бути узагальнений на нелінійні функції та використовується для пошуку локальних мінімумів або максимумів. Зазвичай метод градієнтного спуску використовується в задачах оптимізації з великою кількістю змінних, де аналітичне знаходження мінімума може бути складним.

**1.6 Апроксимація даних. Метод найменших квадратів (лінійна залежність).**

Апроксимація даних - це процес побудови функції або моделі, яка наближено відтворює вихідні дані. Метод найменших квадратів - це один із найпоширеніших методів апроксимації, особливо для лінійної залежності даних.

У методі найменших квадратів ми шукаємо таку функцію (або модель), яка мінімізує суму квадратів відхилень між функцією та вихідними даними. Для лінійної залежності ця функція має вигляд y = mx + b, де y - вихідні дані, x - вхідні дані, m - нахил прямої, а b - зсув.

Метод найменших квадратів допомагає знайти оптимальні значення параметрів m та b, щоб лінія якнайкраще апроксимувала дані. Цей метод використовується в багатьох галузях, де необхідно моделювати лінійні залежності між даними, таких як економіка, фізика, соціологія та інші.

**1.7 Числові ряди та поняття їх збіжності. Ступеневі ряди.**

Числовий ряд - це сума послідовності чисел, яка може мати скінченну або нескінченну кількість членів. Поняття збіжності числового ряду вказує на те, чи має цей ряд скінченну суму. Якщо сума ряду збігається до певного числа при нескінченному додаванні всіх членів, то кажуть, що ряд збігається.

Ступеневий ряд - це числовий ряд, в якому кожний член виражається у вигляді деякої функції від степеня змінної. Наприклад, ступеневий ряд може мати вигляд \(a\_0 + a\_1x + a\_2x^2 + a\_3x^3 + \ldots\), де \(a\_0, a\_1, a\_2, \ldots\) - це коефіцієнти, а \(x\) - змінна.

Аналіз збіжності ступеневих рядів важливий у математичному аналізі і фізиці. В залежності від значень коефіцієнтів та змінної \(x\), ступеневий ряд може збігатися або розбігатися для різних значень \(x\), що відображається на поведінці відповідної функції.

**1.8 Основні означення теорії диференціальних рівнянь: порядок диференціального рівняння, частинний розв’язок, загальний розв'язок, задача Коші. Поняття про ітераційні методи їх розв’язування.**

Теорія диференціальних рівнянь вивчає властивості та методи розв'язування рівнянь, які містять похідні. Основні поняття включають:

1. Порядок диференціального рівняння: Це ступінь найвищої похідної, яка входить у рівняння. Наприклад, \(y'' + y' = 0\) - диференціальне рівняння другого порядку.

2. Частинний розв'язок: Це розв'язок частинного диференціального рівняння, яке задовольняє частині обмеження на рівняння.

3. Загальний розв'язок: Це розв'язок, який включає всі можливі частинні розв'язки та додаткові константи, які враховуються зазвичай з урахуванням початкових або крайових умов.

4. Задача Коші: Це задача про знаходження розв'язку диференціального рівняння, якщо відомі значення функції та її похідних в деякій точці \(x\_0\), називається задачею Коші.

Щодо ітераційних методів їх розв'язування, вони використовуються для наближеного знаходження розв'язку диференціальних рівнянь, особливо там, де аналітичний розв'язок не доступний або складний. Ці методи використовують ітерації, щоб покращити наближення до точного розв'язку, шляхом послідовної апроксимації. Їх використання може бути особливо ефективним для складних диференціальних рівнянь або систем диференціальних рівнянь.

**1.9 Пряма і площина в просторі. Поняття гіперплощини. Криві і поверхні другого порядку.**

**Еліпс, гіпербола, парабола.**

Пряма в просторі - це геометричний об'єкт, який має розмірність 1 і не має ширини або висоти, але розтягується в нескінченність у двох напрямках.

Площина - це геометричний об'єкт, який має розмірність 2 і розтягується безкінечно у всіх напрямках.

Гіперплощина - це аналог площини для простору вищої розмірності, наприклад, тривимірного простору.

Криві і поверхні другого порядку - це геометричні об'єкти, які можна визначити рівняннями другого порядку. Приклади цих об'єктів включають еліпси, гіперболи, параболи.

Еліпс - це геометрична фігура, яка складається з усіх точок, для яких сума відстаней до двох фіксованих точок, називаних фокусами, є постійною.

Гіпербола - це геометрична фігура, яка складається з усіх точок, для яких різниця відстаней до двох фіксованих точок, називаних фокусами, є постійною.

Парабола - це геометрична фігура, яка складається з усіх точок, які мають однакову відстань від фіксованої точки, називаної фокусом, і від прямої, називаної директрисою.

**1.10 Матриці та дії з матрицями. Визначники. Обернена матриця.**

Матриці - це таблиці чисел, розміщені у вигляді прямокутної сітки. Вони використовуються для представлення даних та вирішення різних математичних проблем. Основні дії з матрицями включають додавання, віднімання та множення на число, а також множення двох матриць.

Визначник матриці - це числова величина, яка відображається у вигляді одного числа і вказує на важливі характеристики матриці. Наприклад, визначник матриці \(A\) позначається як \(|A|\). Визначник важливий у багатьох областях, таких як розв'язання систем лінійних рівнянь та знаходження оберненої матриці.

Обернена матриця - це матриця, яка добуток якої на початкову матрицю дає одиничну матрицю. Для квадратних матриць, які мають невідомий визначник, обернена матриця може бути знайдена за допомогою методів знаходження визначника та матричних операцій. Обернена матриця важлива для розв'язання систем лінійних рівнянь, обчислення оберненої та транспонованої матриці та багатьох інших застосувань.

**1.11 Власні вектори та власні числа матриці.**

**1.12 Системи лінійних алгебраїчних рівнянь, умови їх розв’язності. Чисельні методи їх розв’язання.**

**1.13 Лінійний векторний простір та його основні властивості. Розмірність і базис простору.**

**2. Дискретна математика**

**2.1 Поняття множини. Операції над множинами: об’єднання, перетин, різниця, доповнення, булеан**

**множини, декартів добуток.**

**2.2 Бінарні відношення та їх властивості: рефлексивність, симетричність, транзитивність.**

**2.3 Комбінаторний аналіз. Правило суми та добутку. Сполуки, перестановки, розміщення: без повторень та з повтореннями. Принцип включень І виключень.**

**2.4 Елементи математичної логіки. Логічні сполучники. Таблиці істинності. Булеві функції. Форми подання булевих функцій. Логіка висловлювань.**

**2.5 Графи. Типи графів: Орієнтовні та неорієнтовні графи. Вершини та ребра, ступінь вершини,**

**суміжність. Ізоморфізм графів. Операції над графами: об’єднання, пряма сума, доповнення, вилучення ребра, вилучення вершини.**

**2.6 Маршрути, ланцюги, цикли та їх різновиди у графах.**

**2.7 Зв’язність графів, компоненти зв’язності неорієнтованих графів. Відстань між вершинами.**

**2.8 Дерева, ліси: основні поняття.**

**3. Застосування теорії ймовірностей та математичної статистики в ІТ**

**3.1 Стохастичний експеримент. Простір елементарних подій. Операції над подіями. Комбінаторна та**

**геометрична ймовірності. Умовна ймовірність.**

**3.2 Формула повної ймовірності. Формула Байєса. Схема незалежних випробувань Бернуллі. Закон**

**великих чисел.**

**3.3 Числові характеристики одновимірних випадкових величин (математичне сподівання, середнє**

**значення, медіана та дисперсія).**

**3.4 Поняття розподілу випадкової величини. Функція розподілу. Щільність розподілу. Рівномірний та**

**нормальний розподіли.**

**3.5 Поняття статистичного зв’язку. Лінійна І логістична регресія. Коефіцієнт парної кореляції.**

**3.6 Багатовимірні дискретні величини. Поняття про сумісний розподіл. Кореляційна матриця.**

**3.7 Поняття випадкової функції та випадкового процесу.**

**3.8 Основні задачі математичної статистики. Первинна обробка даних.**

**3.9 Візуалізація даних (точкова діаграма, гістограма, стовпчаста діаграма, кругова діаграма).**

**3.10 Точкові та інтервальні оцінки характеристик випадкових величин. Довірчі інтервали.**

**3.11 Основні поняття та перевірка статистичних гіпотез (нульова гіпотеза, альтернативна гіпотеза, рівень значущості, однорідність нормально розподілених вибірок).**